

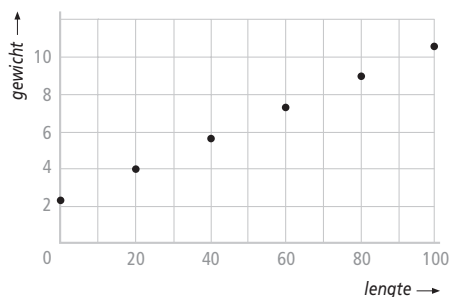
Hoofdstuk 4 De afgeleide

bladzijde 94

V-1a $10,8 - 2,8 = 8 \text{ kg}$

b

Lengte in m	Gewicht in kg
0	2,8
20	4,4
40	6,0
60	7,6
80	9,2
100	10,8

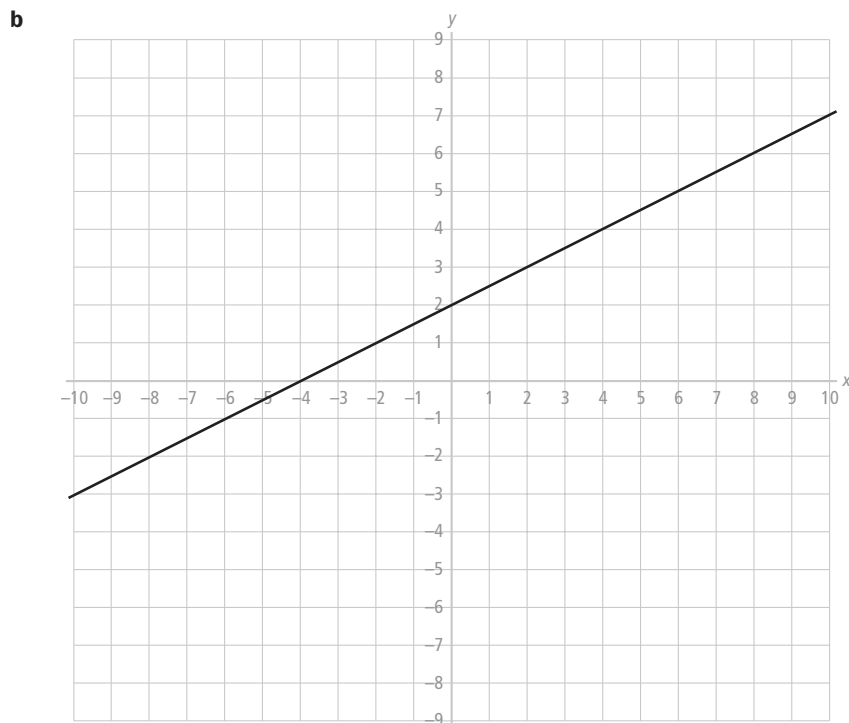


c 100 m weegt 8 kg dus 1 m weegt $8 : 100 = 0,08 \text{ kg}$.

d $\frac{6,2 - 2,8}{0,08} = 42,5 \text{ m}$

e 2,8 is het startgetal en 0,08 is het hellingsgetal.

V-2a $(0,2); (4,4); (6,5); (-2,1); (-4,0)$



c Kies bijvoorbeeld $(0,2)$ en $(6,5)$.

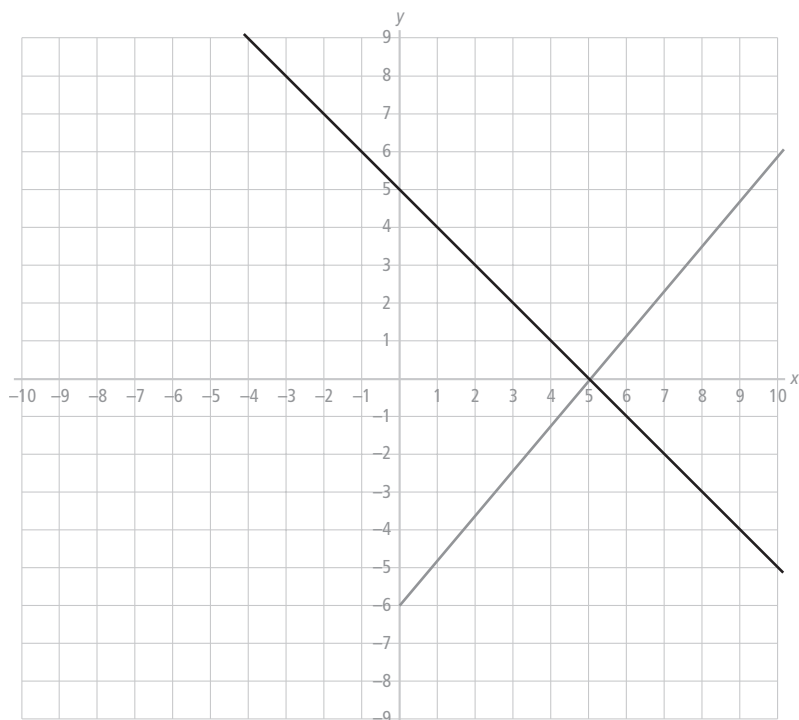
Dan verschillen de y -coördinaten 3.

d Kies bijvoorbeeld $(0,2)$ en $(40,22)$.

Dan verschillen de x -coördinaten 40.

e Aan 0,5; het hellingsgetal.

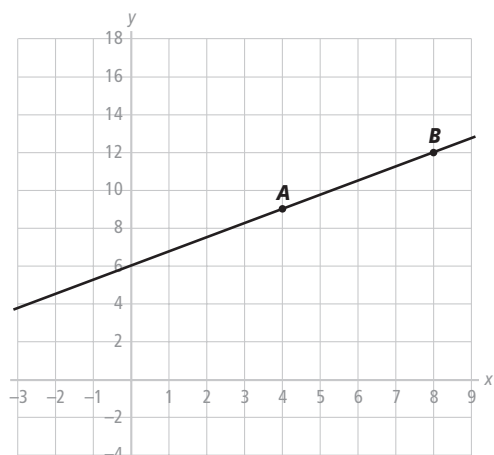
V-3a



- b** $2(0,6x - 3) = -x + 5$
 $1,2x - 6 = -x + 5$
 $2,2x = 11$
 $x = 5$
 $y = -5 + 5 = 0$
 Dus is het snijpunt $(5, 0)$.
- c** Het hellingsgetal moet $2 \cdot 0,6 = 1,2$ zijn en het startgetal van l is 12
 Dus geldt voor lijn l de formule: $y = 1,2x + 12$
- d** Voor lijn m geldt: $y = -0,4x + b$
 $(22, 14)$ invullen geeft: $14 = -0,4 \cdot 22 + b$
 $14 = -8,8 + b$
 $b = 22,8$
 Dus is 22,8 het startgetal van lijn m

bladzijde 95

V-4a



b

x	0	1	4	8	10
y	6	$6\frac{3}{4}$	9	12	$13\frac{1}{2}$

c $y = \frac{3}{4}x + 6$

V-5a Hellingsgetal $\frac{8-2}{2--4} = 1$.

De formule is dus van de vorm $y = x + b$ en gaat door het punt (2, 8).
Dus $2 + b = 8 \Rightarrow b = 6$. Lineaire formule $y = x + 6$.

b Hellingsgetal $\frac{9-2}{2-3} = -7$.

De formule is dus van de vorm $y = -7x + b$ en gaat door het punt (3, 2).
Dus $-7 \cdot 2 + b = 9 \Rightarrow b = 23$. Lineaire formule $y = -7x + 23$.

c Hellingsgetal $\frac{-78 - (-12)}{22 - (-11)} = -2$.

(-11, -12) invullen in $y = -2x + b$ geeft $-12 = 22 + b \Rightarrow b = -34$.
Lineaire formule $y = -2x - 34$.

V-6a (10, -7) invullen in $y = 4x + b$ geeft $-7 = 4 \cdot 10 + b \Rightarrow b = -47$
Lineaire formule $y = 4x - 47$

b De lijn is evenwijdig aan $4x + 6y = -8$, dus is van de vorm $4x + 6y = b$.

(2, -3) invullen in $4x + 6y = b$ geeft $4 \cdot 2 + 6 \cdot -3 = -10$

Dus is een formule $4x + 6y = -10$ en is de lineaire formule $y = -\frac{2}{3}x - 1\frac{2}{3}$

c Hellingsgetal $\frac{-6-5}{9--1} = -1\frac{1}{10}$

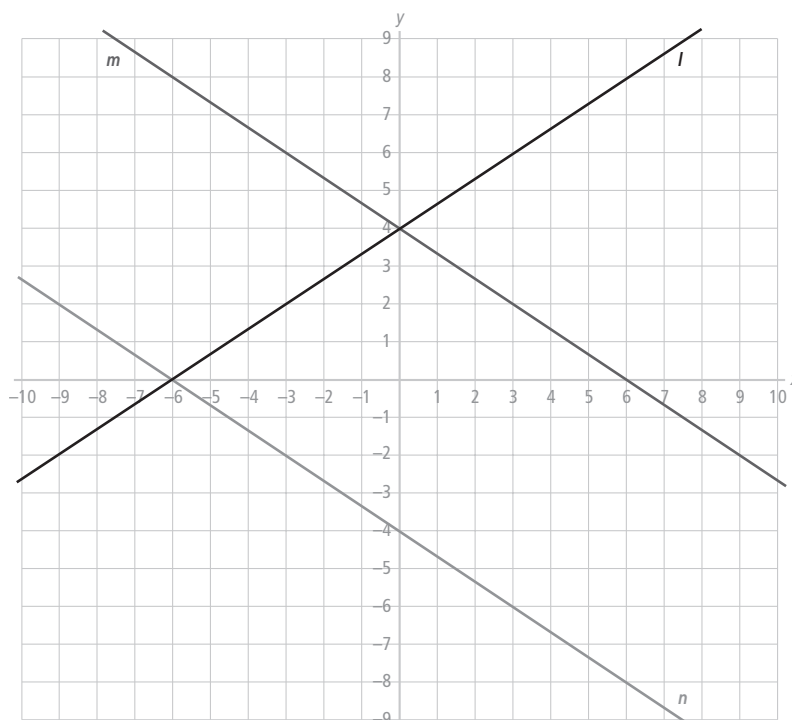
(-1, 5) invullen in $y = -1\frac{1}{10}x + b$ geeft $b = 3\frac{9}{10}$

Lineaire formule $y = -1\frac{1}{10}x + 3\frac{9}{10}$

V-7a Per uur brandt 4 cm op. Nieuw was de kaars 28 cm.

b $y = -4t + 28$ met $0 \leq t \leq 7$

V-8a



b $m: y = -\frac{2}{3}x - 4$

c $n: y = -\frac{2}{3}x + 4$

V-9a $2x - 3y = 18$

$$-3y = 18 - 2x$$

$$y = \frac{2}{3}x - 6$$

Dus heeft lijn l richtingscoëfficiënt $\frac{2}{3}$

$$y = 10 - 2x$$

$$y = -2x + 10$$

Dus heeft lijn m richtingscoëfficiënt -2

b $2 \cdot 0 - 3y = 18 \Rightarrow y = -6$ dus $(0, -6)$

$$2x - 3 \cdot 0 = 18 \Rightarrow x = 9$$
 dus $(9, 0)$

c $y = 10 - 2 \cdot 0 \Rightarrow y = 10$ dus $(0, 10)$

$$0 = 10 - 2x \Rightarrow x = 5$$
 dus $(5, 0)$

d $2x - 3(10 - 2x) = 18 \Rightarrow 2x - 30 + 6x = 18 \Rightarrow 8x - 30 = 18 \Rightarrow 8x = 48 \Rightarrow x = 6$

$$x = 6 \Rightarrow y = 10 - 2 \cdot 6 = -2$$
 . Snijpunt $(6, -2)$

V-10a Vul de eerste vergelijking in de tweede vergelijking in, je krijgt:

$$x + (-2x + 3) = 9 \Rightarrow x - 2x - 3 = 9 \Rightarrow -x = 6 \Rightarrow x = -6$$

$$y = -2 \cdot -6 + 3 = 15$$

Snijpunt $(-6, 15)$

b Vul de eerste vergelijking, $y = 2x - 6$, in de tweede vergelijking in, je krijgt:

$$x = 2(2x - 6) - 6 \Rightarrow x = 4x - 12 - 6 \Rightarrow -3x = -18 \Rightarrow x = 6$$

$$y = 2 \cdot 6 - 6 = 6$$

Snijpunt $(6, 6)$

c Vul de eerste vergelijking, $y = 2 - \frac{1}{2}x$, in de tweede vergelijking in, je krijgt:

$$3(2 - \frac{1}{2}x - 2) + x = 5 \Rightarrow 3(-\frac{1}{2}x) + x = 5 \Rightarrow -\frac{1}{2}x = 5 \Rightarrow x = -10$$

$$y = 2 - \frac{1}{2} \cdot -10 = 7$$

Snijpunt $(-10, 7)$

d De eerste vergelijking $2x - y = 8 \Rightarrow y = 2x - 8$. Vul deze in de tweede vergelijking in, je krijgt $3(x - 2) + 2x - 8 - 4 = 0 \Rightarrow$

$$3x - 6 + 2x - 8 - 4 = 0 \Rightarrow 5x - 18 = 0 \Rightarrow 5x = 18 \Rightarrow x = 3\frac{3}{5}$$

$$y = 2 \cdot 3\frac{3}{5} - 8 = -\frac{4}{5}$$

Snijpunt $(3\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$

V-11a $\frac{1}{2}(x - 2)^2 = 2(x - 2)$

$$x - 2 = 0 \text{ of } \frac{1}{2}(x - 2) = 2 \Rightarrow x - 2 = 4$$

$$x = 2 \text{ of } x = 6$$

$$f(2) = \frac{1}{2}(2 - 2)^2 = 0 \text{ en } f(6) = \frac{1}{2}(6 - 2)^2 = 8$$

Snijpunten $(2, 0)$ en $(6, 8)$

b $f(4) = \frac{1}{2}(4 - 2)^2 = 2$

c $\frac{1}{2}(x - 2)^2 = 2x - 6$

$$(x - 2)^2 = 4x - 12$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4x - 12$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

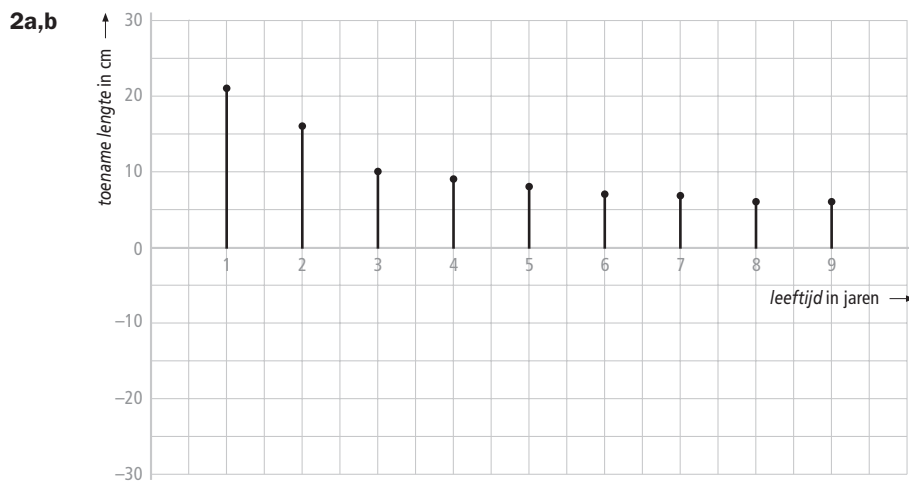
$$(x - 4)^2 = 0$$

$$x = 4$$

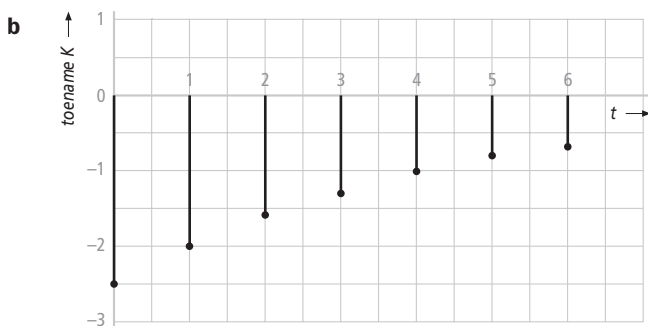
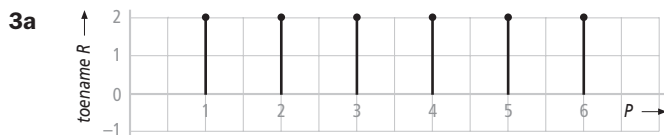
Dus zijn er twee samenvallende oplossingen en raakt de lijn de parabool.

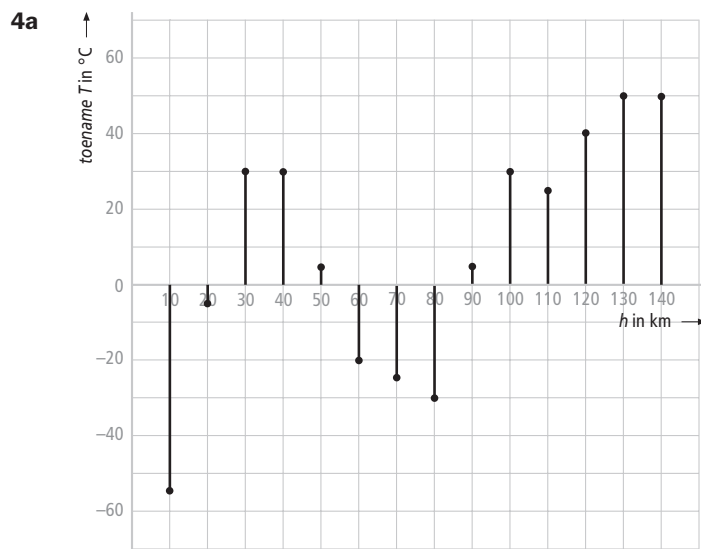
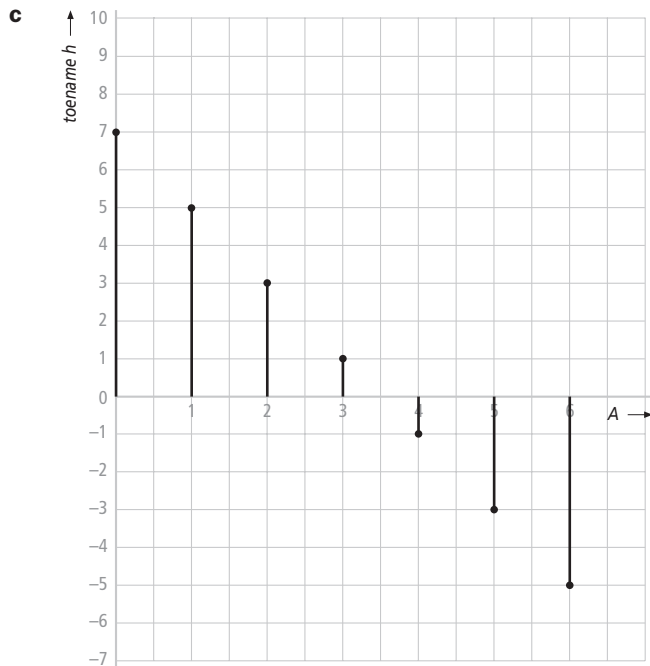
bladzijde 96

- 1a** Het 6^e uur
b Afname van de temperatuur met $3\frac{1}{2}$ °C gedurende het 4^e uur.
c Een afname van de temperatuur over het voorgaande uur.
d Om 7 uur is de temperatuur 2 °C. De toename is 2 °C en dus is om 8.00 uur de temperatuur 4 °C. De toename over het 9^e uur is 1 °C. De temperatuur om 9.00 uur is dus 5 °C.



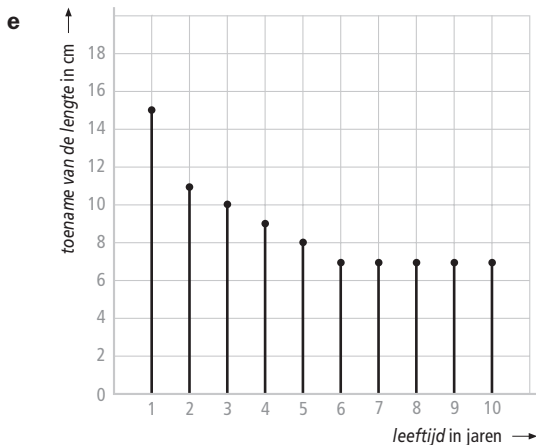
c $126 + 6 + 6 + 6 = 144$ cm





- b** 55, de daling van de temperatuur over de eerste 10 km
c $+50^\circ\text{C}$ per 10 km, dus $30 + 8 \cdot 50 = 430^\circ\text{C}$
d Waar het toenamediaagram over gaat van positieve waarden naar negatieve waarden.

- 5a** $15 + 13 + 10 + 9 + 8 = 55$ cm
b Je weet haar geboortelengte niet.
c De toenames worden kleiner
d $112 - 55 = 57$ cm

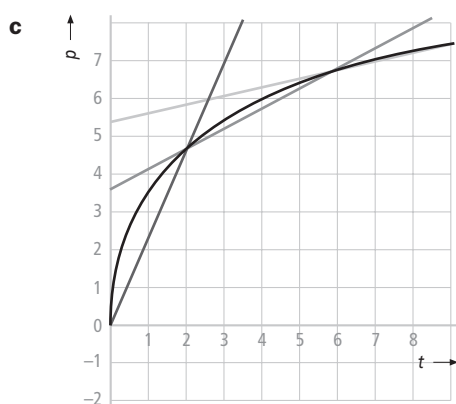
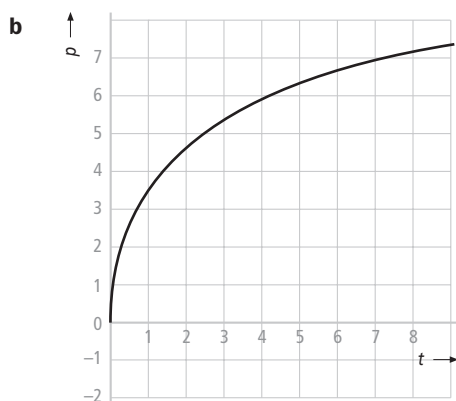


bladzijde 98

- 6a De grafiek stijgt meer over het tijdsinterval $[30,40]$ dan over het tijdsinterval $[10,20]$
 b Een stijgende rechte lijn
 c $f(15) = 3,94875 \approx 3,95$. Na 15 minuten heeft de wielrenner bijna 4 km afgelegd.
 d $f(30) - f(15)$ is de afgelegde afstand gedurende het tijdsinterval $[15,30]$
 e $\frac{f(30) - f(15)}{30 - 15} = \frac{14,58 - 3,94875}{15} \approx 0,71$ km/min
 f $0,70875 \times 60 = 42,525$ km/uur
 g $\frac{f(40) - f(35)}{40 - 35} = \frac{23,68 - 19,04875}{5} \approx 0,92625$ km/min (= 55,575 km/uur)

bladzijde 99

- 7a $f(1) = (3 - \frac{1}{2})^2 = 6,25$
 $f(4) = (3 - 2)^2 = 1$
 b $f(4) - f(1) = 1 - 6,25 = -5,25$
 c $\frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{-5,25}{3} = -1,75$
- 8a $\frac{f(45) - f(30)}{45 - 30} = \frac{28,24875 - 14,58}{15} = \frac{13,66875}{15} \approx 0,91125$
 b Het derde kwartier is het tijdsinterval $[30,45]$
 c $\frac{f(10) - f(9)}{10 - 9} \approx \frac{1,78 - 1,444878}{1} \approx 0,335$ km/min
- 9a $\frac{p(2) - p(0)}{2 - 0} = \frac{4\sqrt{2} - 1}{2} = 2\sqrt{2} - 1 \approx 2,33$
 $\frac{p(6) - p(2)}{6 - 2} = \frac{4\sqrt{6} - 3 - (4\sqrt{2} - 1)}{4} = \sqrt{6} - \sqrt{2} - \frac{1}{2} \approx 0,54$
 $\frac{p(9) - p(6)}{9 - 6} = \frac{12 - 4\frac{1}{2} - (4\sqrt{6} - 3)}{3} = 3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\sqrt{6} \approx 0,23$



10a $\frac{H(2) - H(1)}{2 - 1} = \frac{8 - 1}{1} = 7$

$$\frac{H(3) - H(1)}{3 - 1} = \frac{27 - 1}{2} = 13$$

$$\frac{H(4) - H(1)}{4 - 1} = \frac{64 - 1}{3} = 21$$

b De grafiek is toenemend stijgend en dus wordt de lijn door het begin- en eindpunt steeds steiler.

c $\frac{H(1,1) - H(1)}{1,1 - 1} = \frac{1,331 - 1}{0,1} = 3,31$

$$\frac{H(1,01) - H(1)}{1,01 - 1} = \frac{1,030301 - 1}{0,01} = 3,0301$$

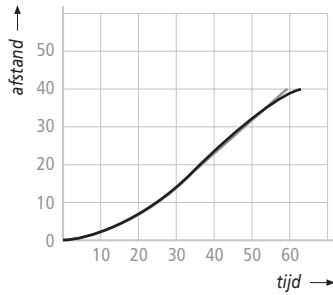
De helling van de lijn door het begin- en eindpunt verandert steeds minder als de punten op de grafiek dichterbij elkaar komen te liggen.

d $\frac{H(1,001) - H(1)}{1,001 - 1} = 3,003001$

$$\frac{H(1,0001) - H(1)}{1,0001 - 1} = 3,00030001$$

De uitkomsten naderen de waarde 3, de helling in het punt (1, 1).

11a



b na 59 minuten

c $\frac{f(30,001) - f(30)}{0,001} \approx 0,864 \text{ km/min.}$

bladzijde 100

12a 45 km in 3 uur, dus gemiddeld 15 km/uur

b A rijdt constant 15 km/uur

B gaat eerst sneller van start, de snelheid neemt toe. Na 2 uur laat B het wat afweten en gaat het minder snel. Uiteindelijk komt hij tegelijk met A aan

c Rond $t = 1\frac{1}{2}$ is de voorsprong maximaal.

13a $\frac{A(1) - A(0)}{1 - 0} = \frac{15 - 0}{1} = 15$

$$\frac{A(2) - A(1)}{2 - 1} = \frac{30 - 15}{1} = 15$$

$$\frac{A(1\frac{1}{2}) - A(1)}{1\frac{1}{2} - 1} = \frac{22\frac{1}{2} - 15}{\frac{1}{2}} = 15$$

$$\frac{A(1,2) - A(1)}{1,2 - 1} = \frac{15 \cdot 1,2 - 15}{0,2} = 15$$

$$\frac{B(1) - B(0)}{1 - 0} = \frac{21 - 0}{1} = 21$$

$$\frac{B(2) - B(1)}{2 - 1} = \frac{36 - 21}{1} = 15$$

$$\frac{B(1\frac{1}{2}) - B(1)}{1\frac{1}{2} - 1} = \frac{29\frac{1}{4} - 21}{\frac{1}{2}} = 16\frac{1}{2}$$

$$\frac{B(1,2) - B(1)}{1,2 - 1} = \frac{24,48 - 21}{0,2} = 17,4$$

b A rijdt met constante snelheid dus is over elk interval het differentiequotient gelijk aan 15

c Het laatste interval

d $\frac{B(1,01) - B(0)}{1,01 - 0} = \frac{21,1797 - 21}{0,01} = 17,97$

14a $\frac{s(0,001) - s(0)}{0,001 - 0} = \frac{0,0299985 - 0}{0,001} = 29,9985 \approx 30 \text{ m/s}$

b $\frac{s(5,001) - s(5)}{5,001 - 5} = \frac{112,5149985 - 112,5}{0,001} \approx 14,9985 \approx 15 \text{ m/s}$

$$\frac{s(10,001) - s(10)}{10,001 - 10} = \frac{149,9999985 - 150}{0,001} \approx -0,0015 \approx 0 \text{ m/s}$$

De auto zal na 10 seconden stilstaan

- c $s(10) = 150$ en is er nog 5 m over

bladzijde 101

- 15a De beide grafieken gaan steeds meer op elkaar lijken.

b $\frac{f(1,001) - f(1)}{0,001} = \frac{4,0019995 - 4}{0,001} \approx 1,9995$

- c Waarschijnlijk 2

16a $\frac{f(2,001) - f(2)}{0,001} = \frac{3,00300075 - 3}{0,001} = 3,00075$

Dus zal de helling van f in $(2, 3)$ waarschijnlijk 3 zijn.

b $\frac{f(-1,001) - f(-1)}{-1,001 - -1} = \frac{0,75150075 - 0,75}{-0,001} = -1,50075$

Dus zal de helling van f in $(-1; 0,75)$ waarschijnlijk $-1,5$ zijn.

17a $f(1) = 3 - 12 = -9$
 $y(1) = 6 - 15 = -9$

b $\frac{f(1,001) - f(1)}{0,001} = \frac{0,006003}{0,001} = 6,003 \approx 6$

Dit komt overeen met het hellingsgetal van de lijn.

c $\frac{f(-1,001) - f(-1)}{-0,001} = \frac{0,006003}{-0,001} = -6,003 \approx -6$

$(-1, -9)$ invullen in $y = -6x + b$ geeft $-9 = 6 + b$ en dus $b = -15$

De gezochte vergelijking is $y = -6x - 15$

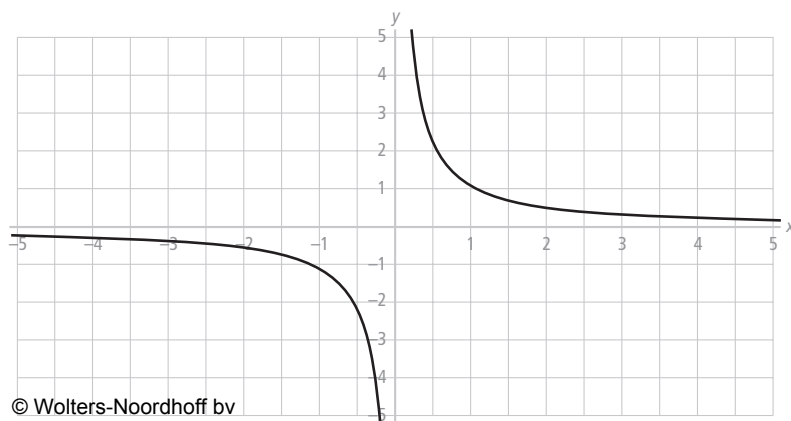
bladzijde 102

18a $\frac{f(1,001) - f(1)}{0,001} \approx \frac{1,004006004 - 1}{0,001} = 4,006004$

- b 4

c $\frac{f(1,00001) - f(1)}{0,00001} \approx \frac{1,0000400006 - 1}{0,00001} = 4,00006$

- 19a



b $\frac{g(2,001) - g(2)}{0,001} \approx \frac{0,499750125 - 0,5}{0,001} \approx -0,249875$

c Vermoedelijk $-0,25$

d $\frac{g(2,00001) - g(2)}{0,00001} \approx -0,24999875 \approx -0,25$

20a $\frac{f(1,001) - f(1)}{0,001} = \frac{5 \cdot 1,001^3 - 5 \cdot 1^3}{0,001} \approx 15$

$$\frac{f(2,001) - f(2)}{0,001} = \frac{5 \cdot 2,001^3 - 5 \cdot 2^3}{0,001} \approx 60$$

b $\frac{g(1,001) - g(1)}{0,001} = \frac{(7 \cdot 1,001 - 8) - (-1)}{0,001} = 7$

$$\frac{g(2,001) - g(2)}{0,001} = \frac{(7 \cdot 2,001 - 8) - (6)}{0,001} = 7$$

c De helling van een rechte lijn is overal dezelfde.

d Steeds 1 want de helling van de bijbehorende rechte lijn is overal 1.

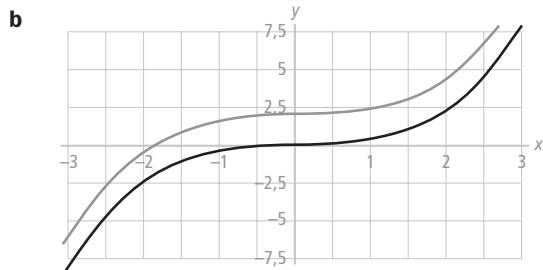
21a Voor $t = 0$ is $\frac{dN}{dt} = 0$ want $\frac{N(0,001) - N(0)}{0,001} = \frac{0,001^3 - 0}{0,001} = 0,001^2 = 0,000001 \approx 0$

Voor $t = 0$ is $\frac{dP}{dt} = 0$ want

$$\frac{P(0,001) - P(0)}{0,001} = \frac{(0,001^3 + 2) - (0 + 2)}{0,001} = 0,001^2 = 0,000001 \approx 0$$

Voor $t = 4$ is $\frac{dN}{dt} = 48$ want $\frac{N(4,001) - N(4)}{0,001} = \frac{4,001^3 - 64}{0,001} = 48,012001$

Voor $t = 4$ is $\frac{dP}{dt} = 48$ want $\frac{P(4,001) - P(4)}{0,001} = \frac{(4,001^3 + 2) - (64 + 2)}{0,001} = 48,012001$



Als een grafiek omhoog of omlaag wordt geschoven verandert de helling niet.

bladzijde 103

22a $(-1, 1)$ en $(-3, 9)$; de differentiaalquotiënten zijn -2 en -6

b 0 want de raaklijn daar is horizontaal.

c Spiegelen in de y -as geeft $(-2, 4)$

23a -

b $2 \cdot 20 = 40$

c De helling in het punt $(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{4})$ is $2 \cdot 1\frac{1}{2} = 3$ en de helling in $(2, 7; 7, 29)$ is $2 \cdot 2,7 = 5,4$.

- t **24a** De helling in het punt $(1, -2)$ is: $\frac{B(1,001) - B(1)}{0,001} = \frac{-2,00299 - (-2)}{0,001} \approx -2,99 \approx -3$.
- b** Uit de tabel volgt dat de punten met helling 72 zijn $(6, 108)$ en $(-4, 112)$.
- c** Uit de tabel volgt dat de punten met helling 0 zijn $(0, 0)$ en $(2, -4)$.
- d** De punten met helling 0 zijn de punten met een horizontale raaklijn, dus de toppen van de grafiek. Uit de grafiek van B blijkt inderdaad dat $(0, 0)$ en $(2, -4)$ toppen zijn.
- 25a** $\frac{s(4) - s(2)}{4 - 2} = \frac{80 - 20}{2} = 30$; de gemiddelde snelheid over het tijdsinterval $[2, 4]$
- b** $\frac{s(3,001) - s(3)}{0,001} = \frac{45,030005 - 45}{0,001} = 30,005 \approx 30$
De snelheid op tijdstip $t = 3$ is 30 m/s
- 26** Zeer waarschijnlijk wel maar 100% zekerheid heb je niet.

bladzijde 104

- 27a** $Y2 = 2 \cdot x$
- b** De helling in het punt met $x = -10$ is -20 .
- c** $y = 2x$
- d** De helling is 7 in het punt met x -coördinaat $3\frac{1}{2}$, dus $(3\frac{1}{2}, 12\frac{1}{4})$
- 28a** $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(-5) = 2 \cdot -5 = -10$
- b** $f'(7) = 2 \cdot 7 = 14$
- c** $\frac{df}{dx} = 2 \cdot 2,9 = 5,8$
- d** Dan moet gelden $f'(x) = 9 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = 4\frac{1}{2}$. Dus in het punt $(4\frac{1}{2}, 20\frac{1}{4})$
- 29a** Het hellingsgetal is 1.
- b** In elk punt is de helling 1, dus $f'(-2) = 1$ en $f'(3) = 1$.
- c** $f'(x) = 1$
- 30a** -
- b** Wanneer je de tabel van de hellingen vergelijkt met die van x^2 blijken de hellingen steeds 3 keer zo groot.
- c** $f'(x) = 3x^2$
- d** $f'(10) = 3 \cdot 10^2 = 300$
- e** Dus moet gelden $f'(x) = 75 \Rightarrow 3x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$ of $x = -5$
Dus in $(5, f(5)) = (5, 125)$ en $(-5, f(-5)) = (-5, -125)$

bladzijde 105

- 31a** -
- b** $g(x) = x^{10} \Rightarrow g'(x) = 10x^9$

- 32a** $f(x) = x^5 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$. De helling in het punt $(2, 32)$ is dan $f'(2) = 5 \cdot 2^4 = 80$
b De helling in het punt $(2, 32)$ is 80, de raaklijn is dan van de vorm $y = 80x + b$.
 Het raakpunt $(2, 32)$ ligt natuurlijk op deze lijn dus geldt $32 = 80 \cdot 2 + b \Rightarrow b = -128$.
 De raaklijn is: $y = 80x - 128$.

- 33a** $v'(t) = 3t^2 \Rightarrow v'(1) = 3$ en $w'(t) = 6t^5 \Rightarrow w'(1) = 6$.
 $w'(1) > v'(1) \Rightarrow$ grafiek van w is steiler dan die van v in $(1, 1)$.
b De grafieken zijn even steil als de hellingen gelijk zijn, dus $v'(t) = w'(t) \Rightarrow 3t^2 = 6t^5$
 Beide grafieken plotten en het snijpunt bepalen geeft $t \approx 0,79$.

- 34a** Voor $t > 3\frac{1}{2}$ is zijn snelheid a m/s
b $\frac{d(3\frac{1}{2}) - d(0)}{3\frac{1}{2}} = \frac{(3\frac{1}{2})^2}{3\frac{1}{2}} = 3\frac{1}{2}$ m/s
c $d'(t) = \begin{cases} 2t & \text{voor } 0 < t < 3\frac{1}{2} \\ a & \text{voor } t > 3\frac{1}{2} \end{cases}$
 Dus is $d'(1) = 2$; $d'(2) = 4$; $d'(3) = 6$ en $d'(3\frac{1}{2}) = 7$

d 7 m/s

e $a = 7$ (de snelheid)

Ook moet $(3\frac{1}{2})^2 = 7 \cdot 3\frac{1}{2} + b$ en dus is $b = -12\frac{1}{4}$



bladzijde 106

- 35a** -
b De helling van f is -2 keer de helling van g .
c $f'(x) = -2 \cdot 3x^2 = -6x^2$

- 36a** 7 omhoog.
b De hellingen zijn hetzelfde.
c $g'(x) = 2x$

- 37a** $f(x) = 60x^2$
b $f(x) = 3x^2$
c $f(x) = -90x^2$
d $g'(t) = 2,5$
e $h'(p) = -10p^3$

38a $s = 10000t^4 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = 40000t^3$

b $s = \frac{1}{2}t^8 - 3 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = 4t^7$

c $s = t^2 - 25 \Rightarrow \frac{ds}{dt} = 2t$

39a Overall 0

b $f'(x) = 0$

c $g(x) = 9 \Rightarrow g'(x) = 0$

bladzijde 107

40a Plot de grafieken van f en g. Aflezen geeft $x \approx 0,44$ en $x \approx 2,21$

b Uit $f'(x) = g'(x)$ volgt $2x^3 = 6,75$ en $x = 1\frac{1}{2}$
Omdat $f(1\frac{1}{2}) \approx 5,53$ en dus is $P(1\frac{1}{2}; 5,53)$

41a $L'(t) = -0,27t \Rightarrow L'(0) = 0$

$B'(t) = -0,05 < 0$

Omdat $B'(0) < L'(0)$ krimpt het hout sneller in de breedte dan in de lengte.

b $L(t) = B(t)$

$-0,0135t^2 + 60 = 60 - 0,05t$

$0,0135t^2 = 0,05t$

$t = 0$ of $t = \frac{500}{135} = \frac{100}{27} \approx 3,704$

Dus na 3,7 maanden is de plaat weer vierkant.

c $L'(t) = B'(t)$

$-0,027t = -0,05$

$t = \frac{-0,05}{-0,027} \approx 1,9$

42a De grafieken zijn even steil dus $f'(x) = g'(x) \Rightarrow 2x = 3x^2 \Rightarrow x = 0$ of $x = \frac{2}{3}$

b $f'(x) = 2x$ maar de afgeleide van de functie h moet je benaderen met

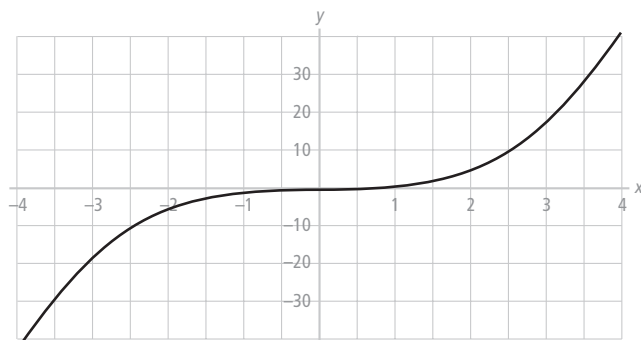
$$h'(x) \approx \frac{h(x+0,001) - h(x)}{0,001} = \frac{2^{x+0,001} - 2^x}{0,001}$$

Voer deze benadering van $h'(x)$ en $f'(x) = 2x$ in de rekenmachine in.

en bepaal de x-coördinaat van het snijpunt. Je vindt dat voor $x = 0,485$ beide ongeveer gelijk zijn.

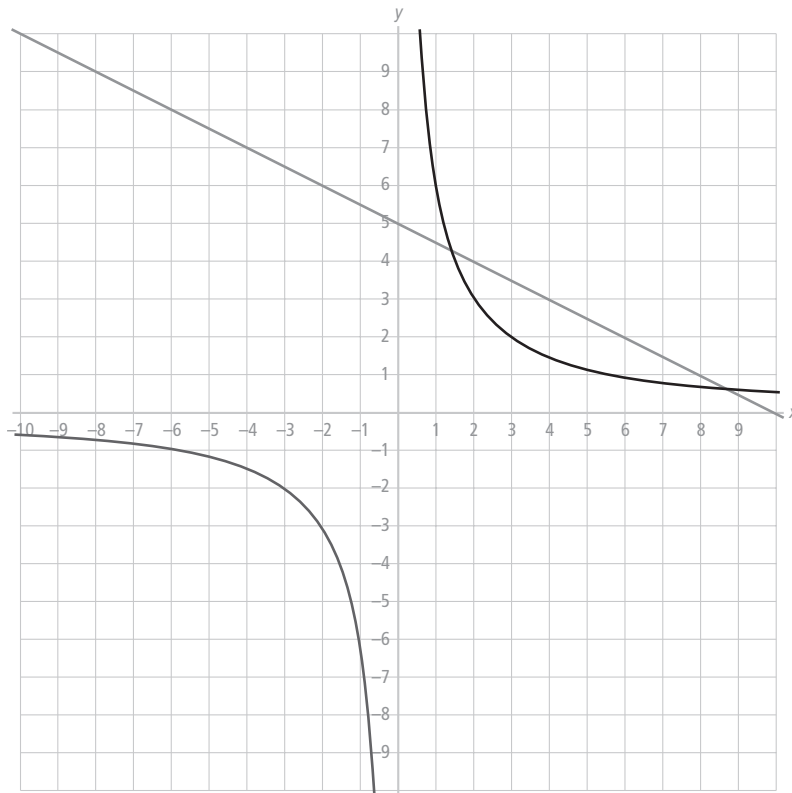
bladzijde 108

43a



- b** $f(x) = 0$
 $2x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$
- c** $f(x) = 32$
 $2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ of $x = -4$
- d** $f(-1\frac{1}{2}) = 4\frac{1}{2}$
 Invullen van het punt $(-1\frac{1}{2}, f(-1\frac{1}{2})) = (-1\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4})$ in $y = 4\frac{1}{2}x + b$ geeft
 $-2\frac{1}{4} = 4\frac{1}{2} \cdot -1\frac{1}{2} + b \Rightarrow -2\frac{1}{4} = -6\frac{3}{4} + b \Rightarrow b = 4\frac{1}{2}$
 De vergelijking van de raaklijn is $y = 4\frac{1}{2}x + 4\frac{1}{2}$

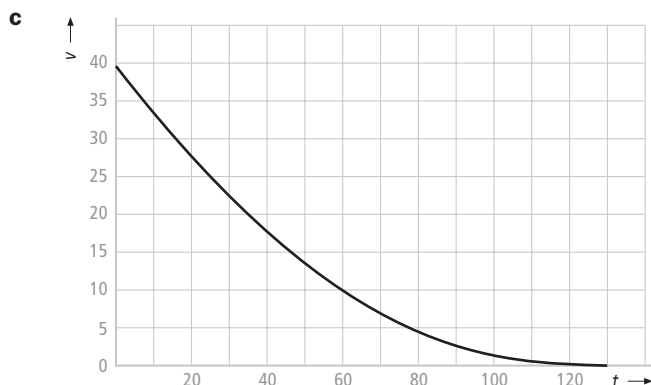
44a



- b** $f(x) = g(x)$ oplossen met de rekenmachine geeft $\frac{6}{x} = 5 - \frac{1}{2}x \Rightarrow x \approx 1,39$ of $x \approx 8,61$
 $y \approx \frac{6}{1,39} \approx 4,3$ of $y \approx \frac{6}{8,61} \approx 0,7$
 De snijpunten zijn $(1,3; 4,3)$ en $(8,6; 0,7)$
- c** Met behulp van de grafiek en de oplossing van opdracht a vindt je $x < 0$ of $1,3 < x < 8,6$
- d** $f(x) = \frac{6}{x} = 6 \cdot x^{-1} \Rightarrow f'(x) = -6x^{-2} = -\frac{6}{x^2}$ en $g'(x) = -\frac{1}{2}$
 Dus moet $\frac{6}{x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} \approx 3,46$ of $x = -\sqrt{12} \approx -3,46$
- e** De grafiek van f daalt sneller dan die van g voor $-3,46 < x < 0$ of $0 < x < 3,46$

45a $V(0) = 40 \text{ m}^3$

- b** $V = 0$
 $2 - \frac{1}{60}t = 0$
 $t = 120$



d De grafiek is overal dalend.

e De gemiddelde uitstroomsnelheid $= \frac{\text{Inhoud tank}}{\text{Benodigde tijd}} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3} \text{ m}^3/\text{s}$

f De tank stroomt het snelst leeg als $v'(t)$ maximaal is.

$$v'(t) = \frac{2}{3} - \frac{1}{180}t. \text{ Deze is maximaal voor } t = 0.$$

Op $t = 0$ stroomt de tank het snelst leeg.

g De regel is: de afgeleide van de som van een aantal functies is de som van de afgeleiden van elk van die functies. Dit geeft $V'(t) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{180}t$

h De gemiddelde uitstroomsnelheid is $\frac{1}{3} \text{ m}^3/\text{s}$. Dus moet gelden:

$$V'(t) = -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} + \frac{1}{180}t = -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{180}t = \frac{1}{3} \Rightarrow t = 60$$

bladzijde 109

46a Toiletgebruik, koffie of thee zetten, ...

- b**
- Waarschijnlijk is de normale druk 4 atm., want dat is de druk op $t = 0$
 - De druk is 3 atmosfeer na 5 minuten en na 8,5 minuten. Dus 3,5 minuten.
 - De druk neemt in de zesde minuut af van 3 atmosfeer tot 2,7 atmosfeer.
- Dus is de snelheid waarmee de druk afneemt 0,3 atmosfeer per minuut.

c - $D(0) = 4 - \frac{2}{50} = 3,96 \text{ atm.}$

$$- D(t) = 3 \Rightarrow \frac{2}{t^2 - 14t + 50} = 1 \Rightarrow t^2 - 14t + 50 = 2 \Rightarrow t^2 - 14t + 48 = 0 \Rightarrow (t - 6)(t - 8) = 0 \Rightarrow$$

$t = 6$ of $t = 8$. De druk is dus 2 minuten lager dan 3 atm. volgens het model.

- De snelheid waarmee de druk de zesde minuut afneemt is

$$\frac{D(6) - D(5)}{1} = \frac{3 - 3,6}{1} = -0,6.$$

Dus met 0,6 atm/min

d Als $t^2 - 14t + 50$ minimaal is dan is $\frac{2}{t^2 - 14t + 50}$ maximaal en $4 - \frac{2}{t^2 - 14t + 50}$ minimaal

e Het minimum van $t^2 - 14t + 50$ vind je als de afgeleide 0 is, dus als $2t - 14 = 0 \Rightarrow t = 7$
De minimale druk volgens het model is dan $D(7) = 4 - \frac{2}{1} = 2 \text{ atm.}$ net als in de grafiek.

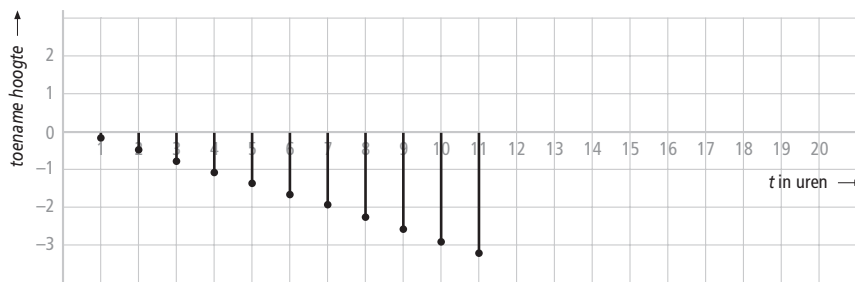
f De druk mag op $t = 7$ niet onder 3 atm. komen, dus $\frac{2}{t^2 - 14t + p} = 1$ voor $t = 7$ en daaruit volgt weer dat $t^2 - 14t + p = 2$ voor $t = 7 \Rightarrow 7^2 - 14 \cdot 7 + p = 2 \Rightarrow p = 51$.

bladzijde 110

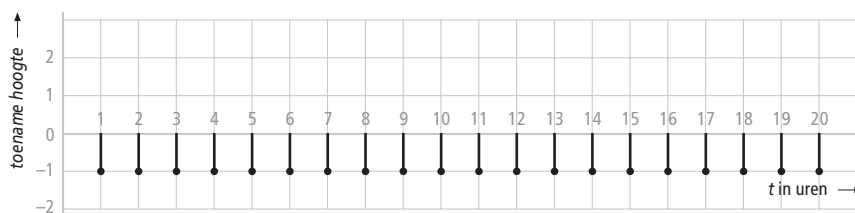
- I-1a** Een rode stip is een afname; een groene stip is een toename.
- b** 30
 - c** De temperatuur stijgt met $35\text{ }^\circ\text{C}$ als de hoogte verandert van 90 naar 100 km.
 - d** 5
 - e** De groene staafjes zijn allemaal even lang.
 - f** $30 + 8 \cdot 50 = 430\text{ }^\circ\text{C}$
 - g** De staafjes tussen twee meetwaarden zijn steeds even lang, dus is er sprake van een lineaire formule en liggen de meetwaarden op een rechte lijn.

bladzijde 111

- I-2a** Filip was het langst bij de geboorte en Naomi was het langst na 6 jaar.
- b** De grafiek van Naomi is dan steiler. In de tabel komt de lengte van Naomi steeds dichterbij de lengte van Filip.
 - c** De toenames bij Naomi zijn groter dan bij Filip.
- I-3a** Lampje 1: $11\frac{1}{2}$ uur en lampje 2: 20 uur.
- b** Lampje 1: Afnamen die steeds groter worden



Lampje 2: Constante afnamen



I-4a

Constante stijging

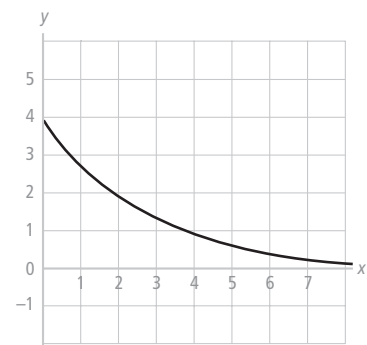
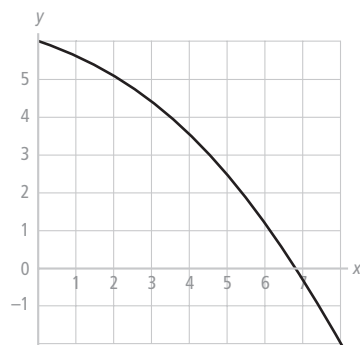
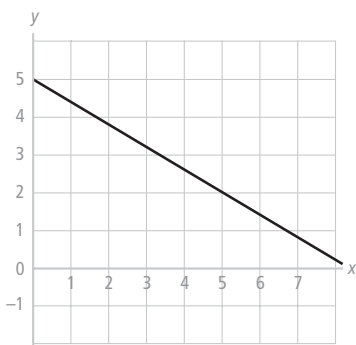
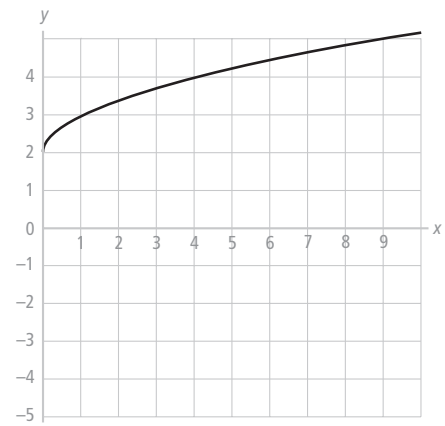
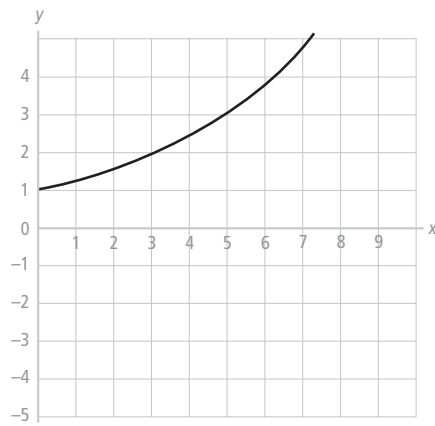
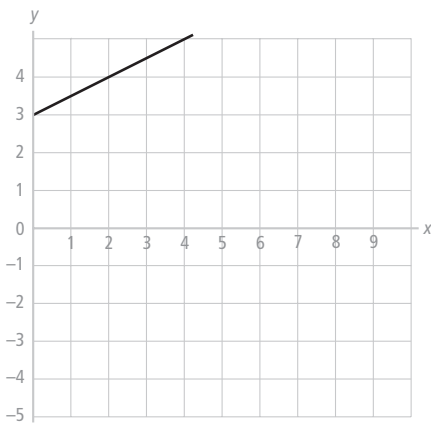
b

Stijging gaat steeds sneller

c

afnemende stijging, dan stijging 0 en vervolgens toenemende daling.

I-5



bladzijde 112

- I-6a** Ab heeft 16 km in 4 uur gelopen. Hij ging snel van start maar gaat dan langzamer lopen tot hij helemaal stilstaat en gaat dan weer steeds sneller lopen.
- b** De afstand en de totale tijd zijn hetzelfde, maar nu via een rechte lijn. de gemiddelde snelheid is 4 km/uur.
- c**
- | | | | | |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| Tijdsinterval | 0-1 | 1-2 | 2-3 | 3-4 |
| Toename tijd | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Toename afstand | 7 | 1 | 1 | 7 |
| Gemiddelde snelheid | 7 | 1 | 1 | 7 |
- d**
- | | | | | | | | | |
|---------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Tijdsinterval | $0 - \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} - 1$ | $1 - 1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2} - 2$ | $2 - 2\frac{1}{2}$ | $2\frac{1}{2} - 3$ | $3 - 3\frac{1}{2}$ | $3\frac{1}{2} - 4$ |
| Toename tijd | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| Toename afstand | 4,6 | 2,4 | 0,9 | 0,1 | 0,1 | 0,9 | 2,4 | 4,6 |
| Gemiddelde snelheid | 9,2 | 4,8 | 1,8 | 0,2 | 0,2 | 1,8 | 4,8 | 9,2 |
- e** Hij liep sneller dan zijn gemiddelde van het begin tot $t = 0,8$ en daarna van $t = 3,2$ tot het eind.
Op twee momenten liep hij met de gemiddelde snelheid.

- I-7a** Na 3 seconden
- b** 25 m/s
- c** 5 m/s ; -5 m/s ; 0 m/s. van $t = 2$ tot $t = 3$ is de gemiddelde snelheid omhoog gelijk aan de gemiddelde snelheid omlaag van $t = 3$ tot $t = 4$.
Daarom is de gemiddelde snelheid van $t = 2$ tot $t = 4$ gelijk aan 0.
- d** 21 m/s

bladzijde 113

I-8a $f(1) = 8 ; f(9) = 18$

b $\frac{18-8}{9-1} = 1,25$

I-9a,b

naam	a	b	c	d
interval	0-1	1-4	4-9	9-16
diff. quotiënt	6	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{6}{7}$

c $\frac{f(2) - f(1)}{2-1} = \frac{(8\sqrt{2} - 4) - (8-2)}{1} = 8\sqrt{2} - 10 \approx 1,3137$

$\frac{f(1,1) - f(1)}{1,1-1} = \frac{(8\sqrt{1,1} - 2,2) - (8-2)}{0,1} = 80\sqrt{1,1} - 82 \approx 1,9047$

Hoe kleiner het interval, hoe minder lijn en grafiek op dat interval van elkaar verschillen.

I-10a $\frac{H(2) - H(1)}{2-1} = \frac{8-1}{1} = 7$

$\frac{H(3) - H(1)}{3-1} = \frac{27-1}{2} = 13$

$\frac{H(4) - H(1)}{4-1} = \frac{64-1}{3} = 21$

b De grafiek van H is toenemend stijgend

$$c \quad \frac{H(1,1) - H(1)}{1,1 - 1} = \frac{1,331 - 1}{0,1} = 3,31$$

$$\frac{H(1,01) - H(1)}{1,01 - 1} = \frac{1,030301 - 1}{0,01} = 3,0301$$

Omdat de grafiek toenemend stijgend is is het differentiequotient op $[1;1,01]$ kleiner dan op $[1;1,1]$.

$$d \quad \frac{H(1,001) - H(1)}{1,001 - 1} = 3,003001$$

$$\frac{H(1,0001) - H(1)}{1,0001 - 1} = 3,00030001$$

De uitkomsten naderen de waarde 3, de helling van de grafiek in $(1, 1)$.

I-11a -

$$b \quad \frac{f(1,001) - f(1)}{0,001} = \frac{(3 \cdot 1,001^2) - 12 - (3 - 12)}{0,001} = 6,003$$

$$\frac{f(1,0001) - f(1)}{0,0001} = \frac{(3 \cdot 1,0001^2) - 12 - (3 - 12)}{0,0001} = 6,0003$$

Nadert inderdaad de waarde 6, de helling van lijn $y = 6x - 15$

Je moet ook nog controleren of de lijn met vergelijking $y = 6x - 15$ door het punt $(1, f(1)) = (1, -9)$ gaat.

c Gebruik VU-grafiek. Met de schuifparameter c vind je dat voor het raakpunt $x \approx 1,5$ is bij $c = -18,8$. De raaklijn wordt dan $y = 9x - 18,8$.

Ter controle neem je het differentiequotient op het interval $[1,5;1,501]$.

$$\frac{f(1,501) - f(1,5)}{0,001} = \frac{-5,240997 - (-5,25)}{0,001} = \frac{0,009003}{0,001} \approx 9,003.$$

bladzijde 114

I-12a $y = 4,00$; Helling = 4,0000

b Vul de waarde $x = -4$ in. Je krijgt $(-4, 16)$; Helling -8

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4
helling	-4	-2	0	2	4

Helling is gelijk aan $2x$

d $(2,5; 6,25)$

I-13a De formule voor de hellingsgrafiek is $y = 2x$

b De formule voor de hellingsgrafiek is $y = 2x + 3$

I-14a De helling in het punt met $x = \frac{1}{2}$ is $2 \cdot \frac{1}{2} = 1$

b Raakpunt $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ en de raaklijn heeft helling 1 en is van de vorm $y = x + b$ en gaat door $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$, dus $b = -\frac{1}{4}$.

De raaklijn is $y = x - \frac{1}{4}$

c Het hellingsgetal is 6, dus $f'(x) = 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Voor $x = 3$ is $y = f(3) = 9$ Dus is het raakpunt $(3, 9)$.

I-15a 2

- b $f'(5) = 2$ en $f'(700) = 2$
c $f(x) = 2$

I-16a -

- b $f(x) = 3x^2$
c $f(x) = 4x^3$
d $f(x) = 9x^8$

I-17a $f(x) = 3x^2$; $g(x) = 6x^5$

- b $f(0) = 3 \cdot 0^2 = 0$ en $g(0) = 6 \cdot 0^5 = 0$ De helling is 0, dus de grafieken lopen horizontaal.
c $f'(1) = 3$ en $g'(1) = 6$
Dus is de grafiek van g het steilste in \mathcal{Q} .
d De grafieken lopen even steil dus $f'(x) = g'(x) \Rightarrow 3x^2 = 6x^5 \Rightarrow 3x^2 - 6x^5 = 0 \Rightarrow 3x^2(1 - 2x^3) = 0 \Rightarrow x = 0$ of $x^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 0$ of $x \approx 0,8$

I-18a Voor $t > 3\frac{1}{2}$ is zijn snelheid a m/s

b $\frac{d(3\frac{1}{2}) - d(0)}{3\frac{1}{2}} = \frac{(3\frac{1}{2})^2}{3\frac{1}{2}} = 3\frac{1}{2}$ m/s

c $d'(t) = \begin{cases} 2t & \text{voor } 0 < t < 3\frac{1}{2} \\ a & \text{voor } t > 3\frac{1}{2} \end{cases}$

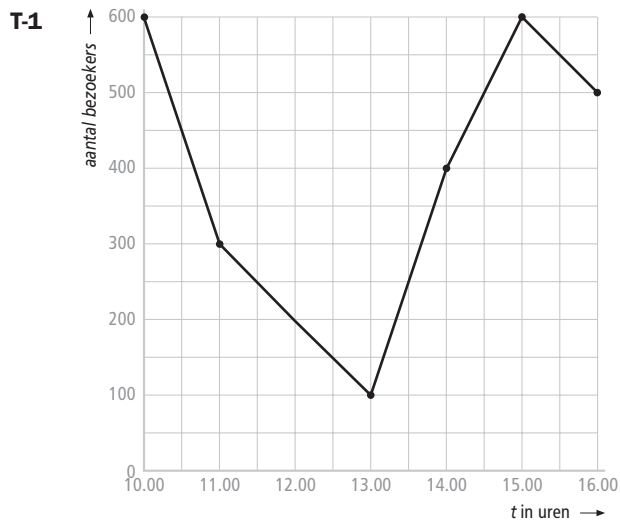
Dus is $d'(1) = 2$; $d'(2) = 4$; $d'(3) = 6$ en $d'(3\frac{1}{2}) = 7$

d 7 m/s

e $a = 7$ (de snelheid)

Ook moet $(3\frac{1}{2})^2 = 7 \cdot 3\frac{1}{2} + b$ en dus is $b = -12\frac{1}{4}$



bladzijde 118

- T-2a** $R(15) - R(13) = 2985 - 2665 = 320$ duizend euro.
 $R(16) - R(13) = 3088 - 2665 = 423$ duizend euro.
- b** De gemiddelde omzetstijging is $\frac{R(15) - R(13)}{15 - 13} = \frac{320000}{2} = 160000$ euro/machine

respectievelijk
 $\frac{R(16) - R(13)}{16 - 13} = \frac{423000}{3} = 141000$ euro / machine

- c** $\frac{R(17) - R(16)}{17 - 16} = \frac{3145 - 3088}{1} = 57$ duizend / extra machine
 $\frac{R(18) - R(16)}{18 - 16} = \frac{3150 - 3088}{2} = 31$ duizend / extra machine

$\frac{R(19) - R(16)}{19 - 16} = \frac{3097 - 3088}{3} = 3$ duizend / extra machine

- d** Omdat $R(19) < R(18)$ doet de negentiende machine de weekopbrengst dalen.

T-3 De helling van f in $(3, 3)$ is $\frac{df}{dx} \approx \frac{f(3,001) - f(3)}{0,001} \approx 1,20$

De helling van g in $(3, 2)$ is $\frac{dg}{dx} \approx \frac{g(3,001) - g(3)}{0,001} \approx 1,25$

Dus in het punt $(3, 2)$ is de grafiek van g steiler dan de grafiek van f in het punt $(3, 3)$.

T-4a De gemiddelde snelheid is $\frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r(6) - r(4)}{6 - 4} \approx \frac{1,348}{2} = 0,674$ cm/s

b $\frac{dr}{dt} \approx \frac{r(4,001) - r(4)}{0,001} = 0,75$ cm/s

c $A = \pi \cdot (r(4))^2 = \pi \cdot 49 \approx 154$ cm²

d $\frac{dA}{dt} \approx \frac{\pi \cdot (r(4,001))^2 - \pi \cdot (r(4))^2}{0,001} \approx 33$ cm²/s

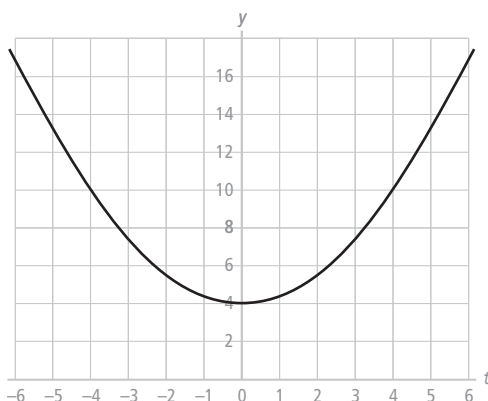
bladzijde 119

- T-5a** $k'(t) = 4t^3 \Rightarrow k'(5) = 4 \cdot 125 = 500$
b $k'(t) = 4t^3 \Rightarrow k'(-2) = -32$
c De helling van de grafiek van k voor $t = -10$ is $k'(-10) = -4000$
d $k'(t) = 4t^3 = 108 \Rightarrow t^3 = 27$
 Dus is $t = 3$ en is $k(3) = 81$
 Dus in punt $(3, 81)$ is de helling 108.
e Omdat de y -as symmetrieas is, is de helling in $(2, 16)$ tegengesteld aan de helling in $(-2, 16)$.

- T-6a** $p'(x) = 8x^7$
b $f'(x) = -2x^{19}$
c $s(t) = 16t^2 + 4 \Rightarrow s'(t) = 32t$
d $h(t) = (2 - 3t)^2 + 12t = 4 - 12t + 9t^2 + 12t = 4 + 9t^2 \Rightarrow h'(t) = 18t$
e $N(t) = 9t^2 - 25 \Rightarrow N'(t) = 18t$
f $A'(u) = -1$
g $j(t) = (2t - 3)^2 + 12t = 4t^2 - 12t + 9 + 12t = 4t^2 + 9 \Rightarrow j'(t) = 8t$
h $h'(r) = 2\pi r$

- T-7a** De val stopt als $h = 0 \Rightarrow 45 - 4,9t^2 = 0 \Rightarrow t \approx 3,03$
 Dus na 3,03 seconde.
b Uit $h'(t) = -9,8t$ volgt: $h'(0) = 0$; $h'(1) = -9,8$; $h'(2) = -19,6$ en $h'(3) = -29,4$
c $h'(3,03) \approx -29,7$ m/s
d $\frac{h(3,03) - h(0)}{3,03} = \frac{0 - 45}{3,03} \approx -14,85$
 Dus is de gemiddelde valsnelheid ongeveer 14,85 m/s
e $h'(t) = -14,85 \Rightarrow -9,8t = -14,85 \Rightarrow t \approx 1,515$
 Na 1,515 seconden is de valsnelheid precies gelijk aan de gemiddelde valsnelheid.

T-8a



- b** Er gaan twee raaklijnen aan de grafiek van f door $(0, 0)$.
c De eerste gelijkheid geeft aan dat de grafiek van f en de lijn een punt (het raakpunt) gemeenschappelijk moeten hebben. De tweede gelijkheid geeft aan dat de hellingen van de grafiek en de lijn gelijk zijn.

- d $f(x) = x$ en $f'(x) = a$. Opgelost moet dus worden:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + 4 = ax \\ f'(x) = a \Rightarrow x = a \end{cases} \quad \text{Invullen van de tweede vergelijking in de eerste geeft}$$

$$\frac{1}{2}a^2 + 4 = a^2$$

$$\frac{1}{2}a^2 = 4$$

$$a^2 = 8$$

$$a = \sqrt{8} \approx 2,83 \text{ of } a = -\sqrt{8} \approx -2,83$$

- T-9a $f(x) = \frac{2}{150}x^{15} + \text{een constante}$

Omdat de afgeleide van een constante 0 is, zijn er meerdere mogelijkheden.

- b P ligt op beide grafieken, dus $f(a) = g(a)$ en beide grafieken hebben in P dezelfde helling, dus $f'(a) = g'(a)$ (kijk eventueel nog eens naar opdracht T-8c)